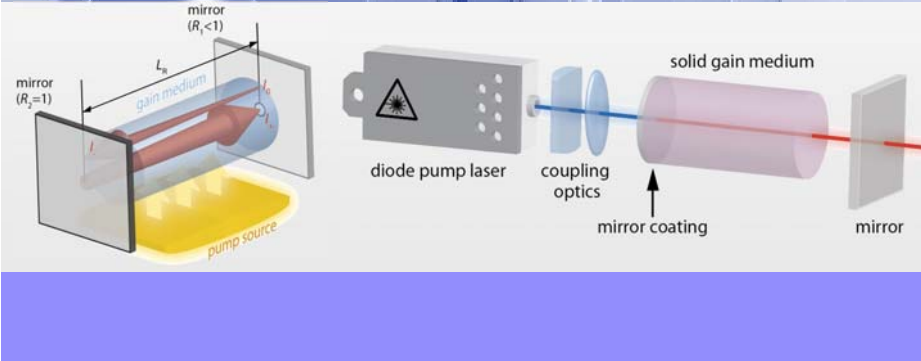


Optische Systeme in der Medizintechnik

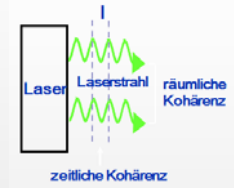
Vorlesung 2 : Laser in der Medizintechnik Teil I



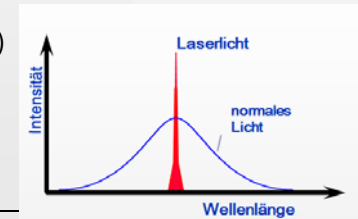
Laser-Eigenschaften

- Extrem hohe Helligkeit (selbst ein Laser-Pointer ist 50x heller als die Sonnenlicht!!)

Lichtquellen	Lichtleistung	Leistungsdichte
Sonne	10 ²⁶ W	5x10 ² W/cm ²
100 Watt Glühlampe	3 W	10 ⁻² W/cm ²
Helium-Neon-Laser	1 mW	4x10 ⁴ W/cm ²
CO ₂ Laser	60 W	5x10 ⁶ W/cm ²
gepulster Laser	1GW	10 ¹⁴ W/cm ²



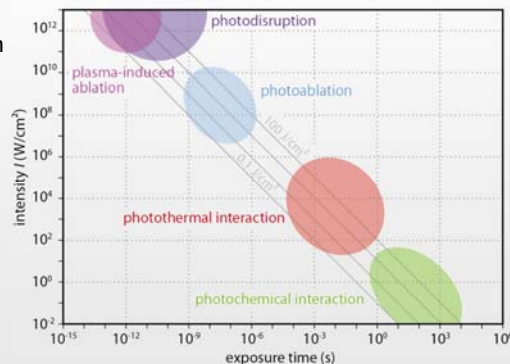
- Geringe Strahldivergenz
- Laserlicht hat oft geringe Spektralbreite (Monochromasie im Gegensatz zur Glühbirne)
- Lange Kohärenzlänge und Kohärenzzeit (feste Phasenbeziehung zwischen Photonen)



Warum werden Laser in der Medizin eingesetzt ?

Hohe Intensität + spezifische Wechselwirkungszeiten
→ gezielte Gewebeveränderung

Definierte Wellenlängen (Farbe)
→ exakte, spezifische Wirkungen



Historische Entwicklung

- 1917 theoretische Grundlagen durch Einstein (Inversion, stimulierte Emission)
- 1928 Landenburg mit experimentellem Nachweis
- 1954 Basov, Prokhorov: Maser-Theorie (MASER = Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation)
- 1958 Schawlow, Townes: Maser → Lasertheorie
- 1960 **Rubinelaser (1. Festkörperlaser), Maiman**
- 1960 He-Ne Laser (1. Gaslaser)
- 1961 Nd-Laser
- 1962 GaAs-Laser (1. Halbleiterlaser)
- 1964 Nobelpreis für Basov, Prokhorov, Townes
- 1964 CO₂-Laser (1. Moleküllaser)
- 1964 Argon-Laser (1. Ionenlaser)
- 1966 Dye-Laser (1. Farbstofflaser)
- 1981 **Nobelpreis für Schawlow**

Grundlagen der Laser- Technologie

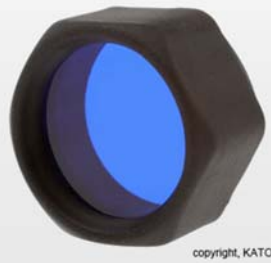
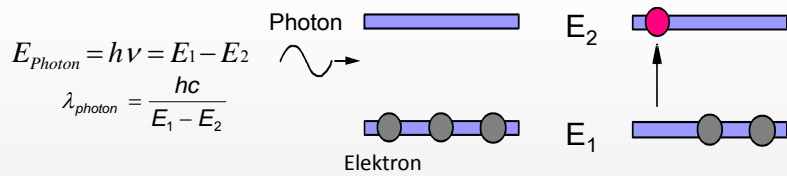
Grundprinzipien der Laserphysik

Um die einzigartigen optischen Eigenschaften eines Lasers zu verstehen, müssen wir uns folgende Grundprinzipien und optische Konzepte anschauen:

LASER = **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation

- **Licht-Materie-WW** (Absorption, spontane und stimulierte Emission)
- **Besetzungsinversion** (Überzahl von Elektronen im angeregten Zustand)
- **Optische Verstärkung** (im Gain-Medium)
- **Anregungsmechanismen** („Pumpen“) und **Energieniveaus beim Laserprozess**

Licht-Materie-WW: Absorption



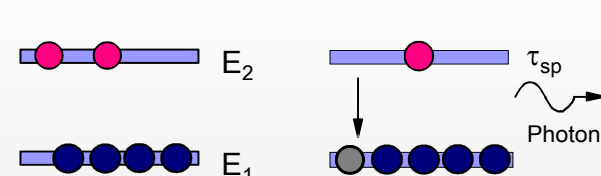
copyright, KATO Group B.V.

Lambert-Beer Gesetz
(Absorption eines Mediums):

$$I = I_0 e^{-\mu_a(\lambda)L}$$

- $\mu_a(\lambda)$: Absorptionskoeffizient
- I : Intensität nach Absorption im Material
- I_0 : Einfallende Intensität
- L : Länge des Materials

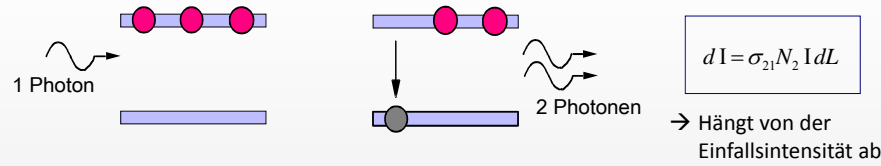
Licht-Materie-WW: Spontane Emission



$$dl_{sp} \approx \frac{1}{\tau_{sp}} N_2 dt$$

- N_2 : Dichte der Atome in Zustand 2
- τ_{sp} : spontane Lebensdauer im Zustand 2
- **Statistischer Prozess**

Licht-Materie-WW: Stimulierte Emission und Absorption gekoppelt



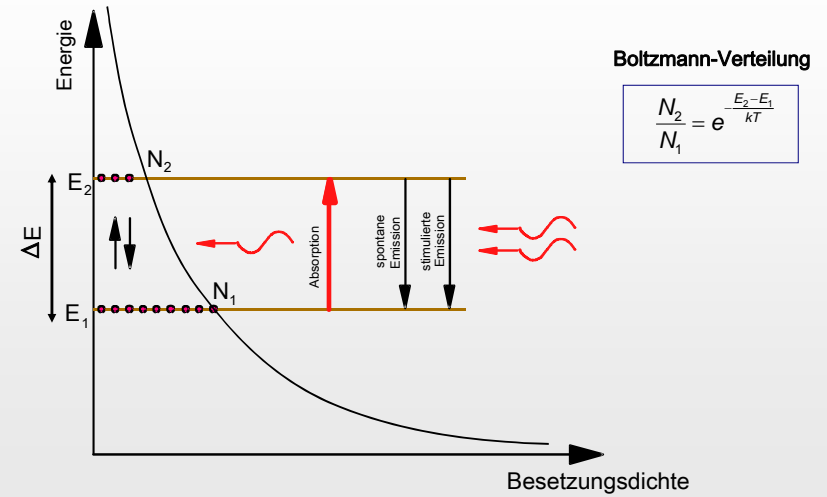
$$I_a = I_0 \cdot e^{-\sigma_{12} \cdot N_1 \cdot L}$$

$$I_{st} = I_0 \cdot e^{+\sigma_{21} \cdot N_2 \cdot L}$$

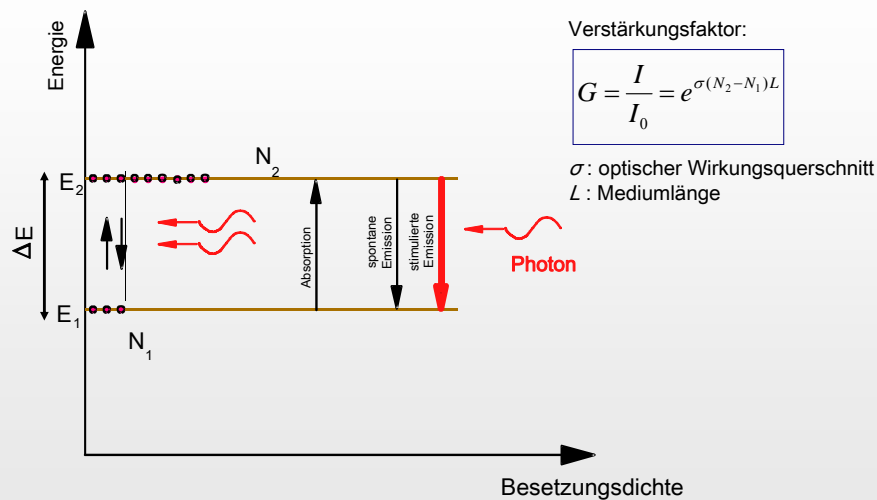
$$I = I_0 \cdot e^{+(N_2 - N_1) \sigma_{21} \cdot L}$$

Vergleich spontane und stimulierte Emission:
Spontane Emission hängt nicht von Einfallintensität ab
→ kann bei hohen Intensitäten vernachlässigt werden.

Besetzungsinversion: Thermodynamisches Gleichgewicht



Besetzungsinversion und Verstärkung



Besetzungsinversion: Einsteinkoeffizienten

Einstein fand 1917 auf Basis thermodynamische Überlegungen allgemeine Zusammenhänge für die Übergangswahrscheinlichkeiten für spontane und stimulierte Emission.

- Einsteinkoeffizient für spontane Emission: $\frac{dN_2}{dt} = -\frac{N_2}{\tau_{21}} = -A_{21}N_2$
- Einsteinkoeffizient für stimulierte Emission: $\frac{dN_2}{dt} = -B_{21}N_2\rho(\omega)$; ρ : Lichtenergie pro Volumen und Frequenzintervall
- Aus $B_{12}N_1\rho(\omega) = A_{21}N_2 + B_{21}N_2\rho(\omega)$ folgt:

$$A_{21} \propto \omega^3 B_{21} \quad B_{12} \propto B_{21}$$

IR-Lichtverstärkung ist prinzipiell effizienter als UV- Lichtverstärkung

Anregungsmechanismen: Pumpmethoden

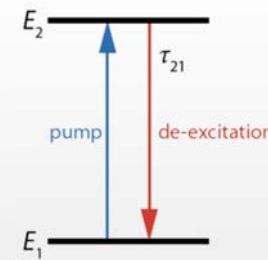
- Optisches Pumpen
- Elektrische Anregung durch Gasentladung
- Elektrische Anregung durch Ladungsträger-Injektion
- Chemische Reaktionen

Wir betrachten im Folgenden zunächst nur **optisches Pumpen**.

Bei diesem erfolgt die Umbesetzung durch Einstrahlung von Licht einer bestimmten Pumpwellenlänge.

Um die Besetzungszahlen in den einzelnen Niveaus zu berechnen, benutzt man sogenannte Ratengleichungen.

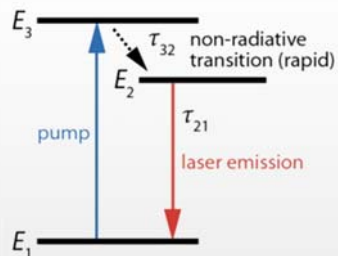
Anregungsmechanismen: Optisches Pumpen (2-Niveau-System)



$B_{12} = B_{21}$ → Absorption = stimulierte Emission

- Mit optischem Pumpen kann in einem Zwei-Niveau-System **keine** Besetzungsinversion erreicht werden!
- Optisches Pumpen führt maximal zu einer Gleichbesetzung.

Anregungsmechanismen: Optisches Pumpen (3-Niveau-System)



$\tau_{21} \gg \tau_{32}$ Bsp: Ytterbium-YAG Laser

$$\Delta N = N_{tot} \left(\frac{2W\tau_{21} - 1}{(1 + 2W\tau_{21})(1 + \tau_s S)} \right)$$

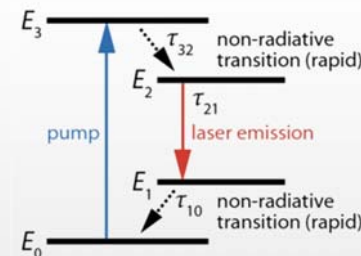
$$\tau_s = \frac{2\tau_{21}}{1 + 2\tau_{21}W}$$

$$W = \frac{P}{N_{tot} - N_2 + N_1}$$

W : Pump-Übergangswahrscheinlichkeit
S : Stimulierte Übergangswahrscheinlichkeit

- Besetzungsinversion ist abhängig von Pumprate ($W\tau_{21} > 1$)
- > 50% der Atome müssen in den angeregten Zustand gebracht werden

Anregungsmechanismen: Optisches Pumpen (4-Niveau-System)

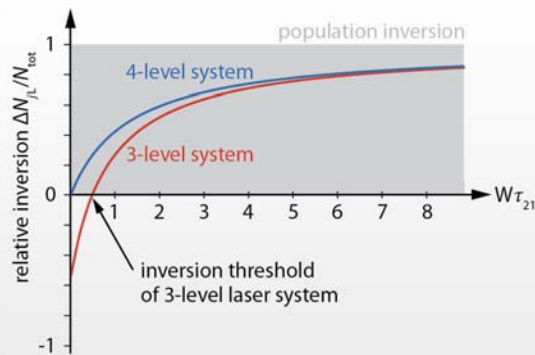


$\tau_{10} \ll \tau_{21}$
 τ_{21} groß, τ_{32} klein Bsp: Nd:YAG-Laser

$$\Delta N = N_{tot} \left(\frac{W\tau_{21}}{1 + W\tau_{21} + S\tau_{21}} \right)$$

- Besetzungsinversion schon bei kleinen Pumpleistungen
- Es muss nur ein Bruchteil der Atome/Moleküle nach „oben“ gepumpt werden.

Anregungsmechanismen: Vergleich von 3- und 4-Niveau-System



3-Level: Ohne Pumpen sind mehr Atome im unteren Laserlevel als im oberen.

4-Level: Bereits bei geringer Anregungen ist Populationsinversion möglich.

→ Effizienteres Laser-Konzept als bei 3-Level-System

Die Rolle des Laser-Oszillators

ODER

„Wie macht man einen Laser möglichst effizient?“

Warum benötigt man einen Oszillator?

Ziel:

Jedes einfallende Pump-Photon wird im Gain-Medium mindestens einmal „geklont“

→ Verstärkung!

Motivation:

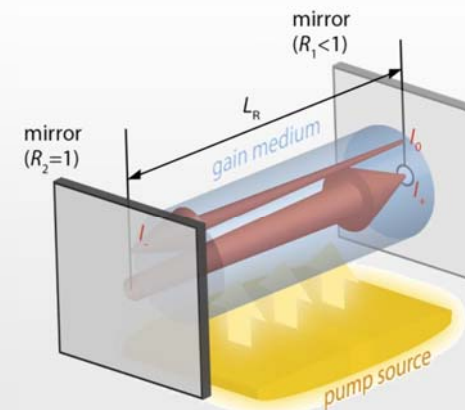
Allein mit Hilfe eines Gain-Mediums kann Laserstrahlung nicht effizient erzeugt werden, weil ...

- spontan emittierte Photonen nicht zur Lichtverstärkung beitragen (Effizienzaspekt)
- die Länge des Gain-Mediums nicht beliebig gewählt werden kann (Kosten-, Effizienz-, und Realisierungsaspekte)
- bei langem Gain-Medium Verluste eine große Rolle spielen (Effizienzaspekt)

→ Lösung: Wir lassen die Photonen mehrmals ein kurzes Gain-Medium passieren. Hierfür platzieren wir das Gain-Medium zwischen 2 Spiegeln (Resonator) und erhalten einen sog. Oszillator.

Oszillator: Verstärker mit Rückkopplung

Wir betrachten jetzt den stationären Betrieb eines Oszillators :



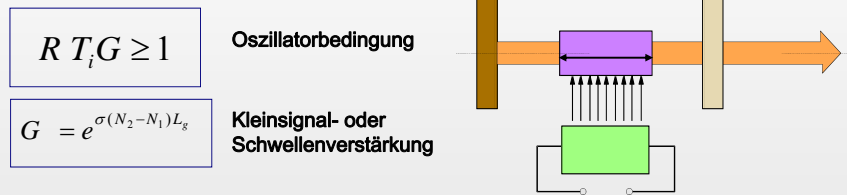
Intensität im Resonator: $I = I_+(z) + I_-(z)$

Oszillatorbedingung

$I_+(z = 2 \cdot L) = I_+(z = 0)$ Intensität muss sich nach vollem Umlauf reproduzieren, um stabile Oszillation zu ermöglichen.

$T_i G R_1 T_i G R_2 \cdot I_+ \geq I_+$

T_i interne Transmission
 $T_i=1$: bedeutet keine Verluste; $T_i=0$ Totalverlust
 R_i Reflexion der Spiegel, wobei in der Regel $R_1=1$
 L_g Länge des Resonators (aktives Medium)



$R T_i G \geq 1$

$G = e^{\sigma(N_2 - N_1)L_g}$

Oszillatorbedingung

Kleinsignal- oder Schwellenverstärkung

$\ln(T_i^2 R^2) + 2\sigma N_{th} L_g = 0 \Rightarrow \Delta N_{th} = -\frac{\ln(T_i R)}{\sigma \cdot L_g}$

Schwelleninversionsdichte
 $N_{threshold} = N_{th}$

Oszillator: Leistungsbilanz (continuous wave)

Mit ΔN_{th} können wir eine Schwellpumpleistung P_{th} definieren, die von σ und τ abhängt. Wenn die Pumpleistung $P_{pump} > P_{th}$, wird die Lichtintensität effektiv verstärkt.

Es gilt dann $P_{out} = \eta_{sl} (P_{pump} - P_{th})$

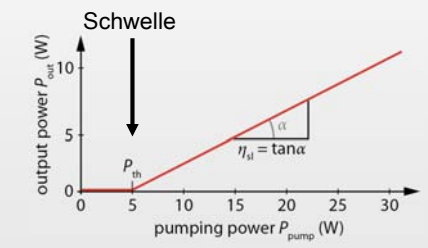
$\eta_{sl} = \frac{\Delta P_{out}}{\Delta P_{pump}} = \left(\frac{\eta_{pump}}{\ln(T_i \sqrt{R})} \right) \left(\frac{R-1}{R+1} \right)$

slope efficiency (Wirkungsgrad)

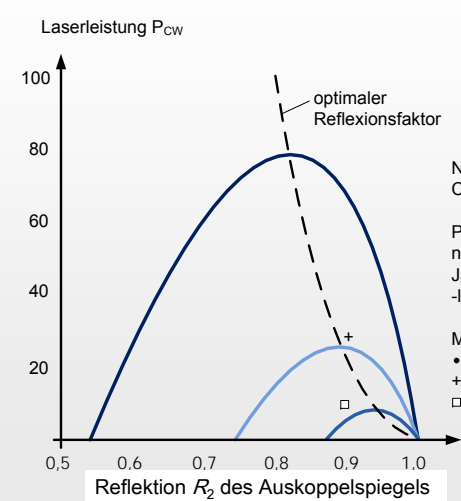
bzw.

$P_{out} = I_s \frac{V_g}{L_g} \left(\frac{1-R}{1+R} \right) \left(\frac{P_{pump}}{P_{th}} - 1 \right)$

$= \left(\frac{R-1}{R+1} \right) \left(\frac{\eta_{pump}}{\ln(T_i \sqrt{R})} P_{pump} + \frac{V_g}{L_g} I_s \right)$



Oszillator: Laserausgangsleistung als Funktion des Auskoppelgrads



Berechnete Laserleistung als Funktion der Reflexion.
 Man macht sich leicht klar, dass es ein Maximum geben muss.

Nd:YAG-Stab 4"x1/4"
 CW Betrieb

Parameter
 $n_{excit} = 5,5\%$
 $J_s = 2,2 \text{ kW/cm}^2$
 $-\ln V = 8,6\%$

Messung
 • $P_{in} = 5 \text{ kW}$
 + $P_{in} = 3 \text{ kW}$
 □ $P_{in} = 2 \text{ kW}$

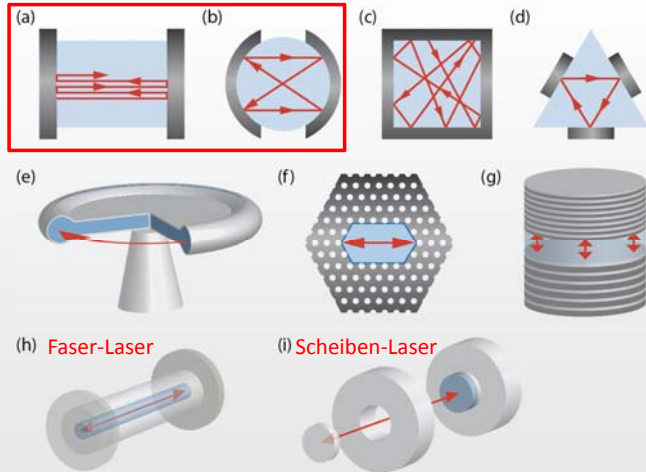
Oszillator: Berechnung der Strahlparameter

Ziel 1:
 Wir wollen die Resonanzbedingung nutzen bzw. stehende Lichtwellen im Resonator erzeugen, um die Effizienz des Lasers weiter zu steigern!

Wir schauen uns hierzu den besonderen Fall der Gauß-Strahlen an, die resonant an sog. Gauß-Resonatoren koppeln → **Eigenmoden.**

Resonator-Designs

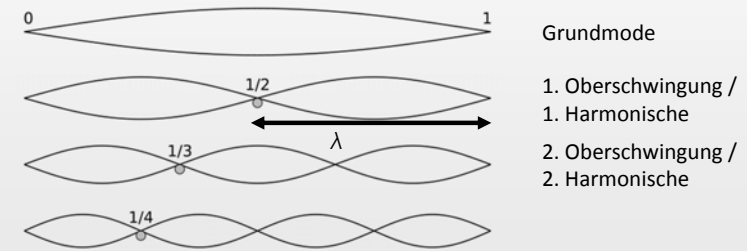
Gauß-Resonatoren



Einschub: Was ist eine Mode?

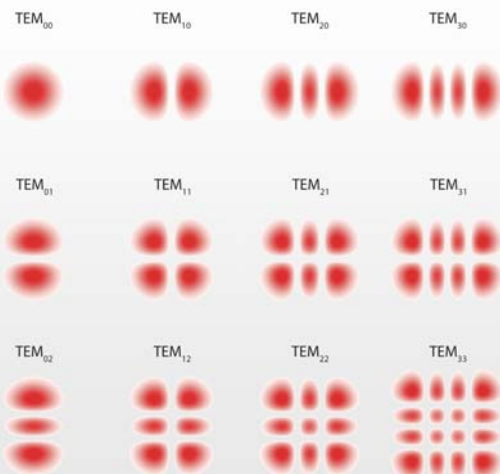
Als Schwingungsmoden bezeichnet man in der Physik die **stationären Eigenschaften** stehender Wellen (z. B. in einer Orgelpfeife oder auf einer Saite) und auch fortlaufender Wellen (z. B. Laserstrahl oder Glasfaserkabel) hinsichtlich ihrer **Energieverteilung** in verschiedene Raumrichtungen.

Beispiel einer Transversalmode: Schwingung einer Gitarrensaite (Longitudinal-Moden)



Einschub: Was ist eine Mode?

Gauß-Moden (Transversal-Moden)



Einschub: Gauß-Bündel, Gauß-Moden

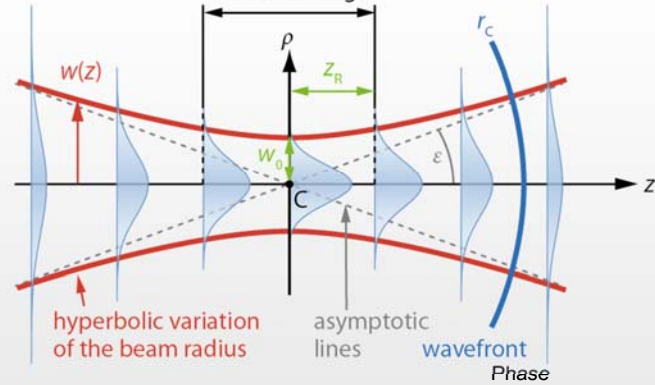
Lösung der paraxialen Wellengleichung gut geeignet zur Beschreibung von Laserstrahlung:

Hermitisch-Gauß Polynome

$$U_{n,m}(x, y, z) = A \underbrace{\frac{w_0}{w(z)}}_{\text{„Amplitudendämpfung“ mit } z} \cdot \underbrace{H_n\left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)}\right) \cdot H_m\left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)}\right)}_{\text{Gauss - Profil}} \cdot \underbrace{e^{\frac{(x^2+y^2)}{w(z)^2}}}_{\text{Gauss - Profil}} \cdot e^{-i \left[kz - (m+n+1) \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right) + \frac{\pi}{\lambda R(z)} (x^2+y^2) \right]}_{\text{Phasen-Term}}$$

Einschub: Gauß-Bündel, Gauß-Moden

Gauss Grundmode (TEM₀₀) near field range



$$U(x, y, z) = A \frac{w_0}{w(z)} \cdot \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}\right] \cdot \exp\left[-i \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)}\right] \cdot \exp\left[-i \left(kz - \arctan\left(\frac{z}{z_0}\right)\right)\right]$$

Einschub: Gauß-Bündel, Gauß-Moden

Rayleigh Länge, Konfokaler Parameter:

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$$

Radius der Wellenfront:

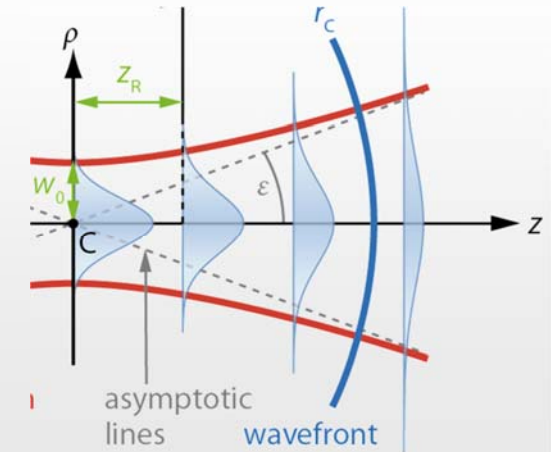
$$r_C(z) = z \left(1 + \frac{z_R^2}{z^2}\right)$$

Strahlradius:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$$

Divergenz:

$$\tan \epsilon = \frac{w_0}{z_R} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$$



Berechnung der Strahlparameter → Stabilitätsbedingung

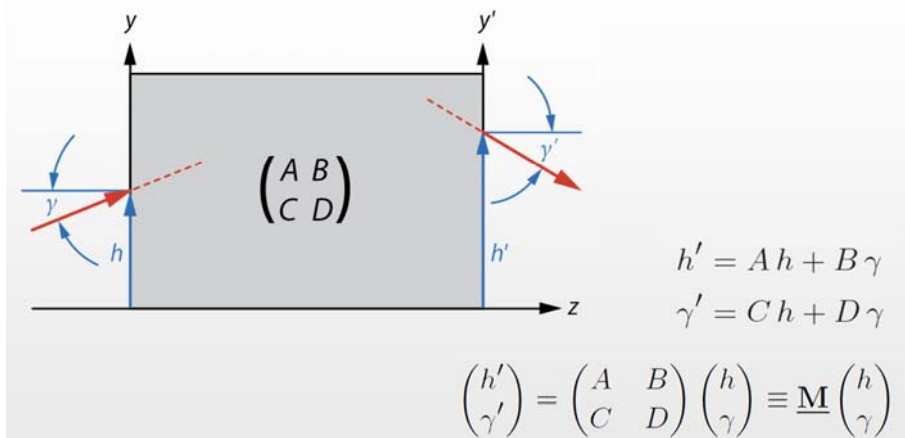
Ziel 2:

Wir wollen, dass die erzeugte Laserstrahlung den Oszillator nur gezielt verlässt (und z.B. nicht seitlich austritt).

Mit welchen mathematischen Methoden lassen sich die Strahlparameter (Geometrie, optische Abbildung, etc.) berechnen?

1. Wellenoptische Lösung eines Eigenwertproblems der Wellengleichung
2. Geometrisch-optische ABCD-Matrizen (siehe unten)

Einschub: Matrizenoptik – ABCD Matrizen für Gauß-Bündel



$$h' = Ah + B\gamma$$

$$\gamma' = Ch + D\gamma$$

$$\begin{pmatrix} h' \\ \gamma' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ \gamma \end{pmatrix} \equiv \underline{\mathbf{M}} \begin{pmatrix} h \\ \gamma \end{pmatrix}$$

Details: siehe Buch S. 493ff

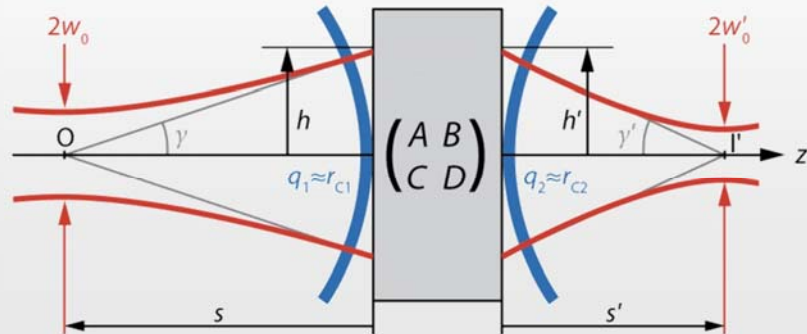
Einschub: Matrizenoptik – ABCD Matrizen für Gauß-Bündel

Komplexer Parameter des Gauß-Bündels:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{r_c(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)}$$

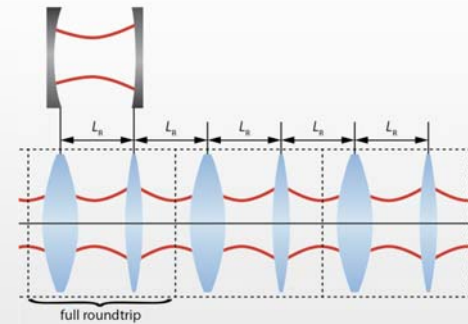
Transformation des Strahlparameters:

$$q_2 = \frac{A \cdot q_1 + B}{C \cdot q_1 + D} \text{ bzw. } \begin{pmatrix} q_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Oszillator: stabile Gauß-Resonatoren

Frage: Wie bleibt das verstärkte und rückgekoppelte Licht räumlich im Resonator ?



Resonator ist „stabil“ wenn

$$\frac{|A + D|}{2} \leq 1$$

Im Resonator läuft der Strahl in sich zurück und durchquert dabei stets das Gain-Medium.
→ Eigenmoden des Systems werden besonders gut verstärkt, da sie resonant schwingen.

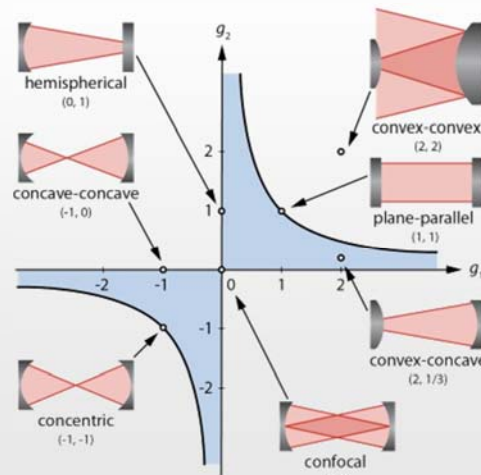
→ Siehe Aufgabe PB.2

Oszillator: stabile Gauß-Resonatoren

- Stabilitätsbedingung für einen selbstkonsistenten Strahl
- Stabilität wenn $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$

$$g_1 = 1 + \frac{L_R}{r_1}$$

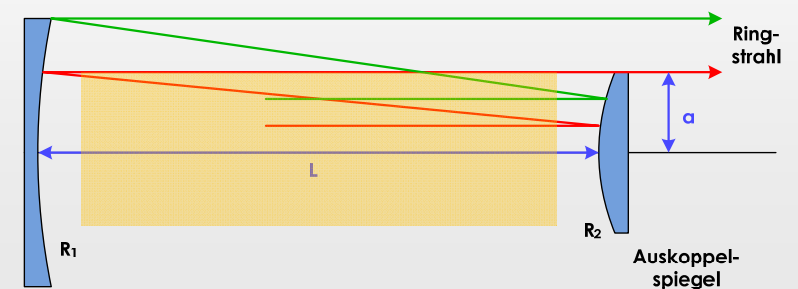
$$g_2 = 1 + \frac{L_R}{r_2}$$



Hinweis: Die schematischen Resonatorbilder zeigen die Krümmungsradien und -mittelpunkte der Spiegel.

Oszillator: instabile Resonatoren

- Die Stabilitätsbedingung ist nicht erfüllt: Spiegel sind keine Phasenflächen, aber Phasen reproduzieren sich pro Umlauf
- Die Strahlprofile erfahren pro Umlauf eine Vergrößerung M
- Es ist ebenso ein stabiler Betrieb möglich, Ringmode wird über Spiegelrand ausgekoppelt
- relativ große Auskopplung, instabile Resonatoren meist nur in Lasern mit großem Gain
- Ausnutzung des aktiven Volumens sehr gut möglich



Strahlqualitätsparameter M²

Definition: Die Abweichung des realen Laserstrahles vom Grundmode wird durch M² beschrieben.

$$W = M \cdot w_0$$

Strahlparameterprodukt

w: Strahltaillenradius des realen Laserstrahls,

w₀: Strahltaillenradius Grundmode (Gauß Mode 00)

$$\Theta = M \cdot \varepsilon$$

Θ : halber Divergenzwinkel des realen Laserstrahls

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{\pi \cdot w_0}$$

ε: halber Divergenzwinkel Grundmode (Gaußstrahl)

(λ: Wellenlänge)

$$\varepsilon w_0 = M^2 \cdot \frac{\lambda}{\pi}$$

Grundmode: M² = 1; kleinster Wert

Strahlqualitätsparameter M²

Die Strahlqualität der Laserstrahlung quantifiziert die Güte Ihrer Fokussierbarkeit, d.h. die Größen minimal erreichbarer Fokusbereich bei maximal erreichbaren Schärfentiefen. Es gibt 3 Kennzahlen zur Quantifizierung der Strahlqualität, denen als Maximal erreichbare Qualität der beugungsbegrenzte Strahl mit einer gaußförmigen Intensitätsverteilung zu Grunde liegt:

$$K = \frac{1}{M^2} = \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{1}{W \cdot \Theta}$$

Strahlkennzahl findet vorwiegend Verwendung im dt-sprachigen Raum zur Charakterisierung von CO₂-Lasern K≤1 (TEM₀₀)

Modenfaktor findet vorwiegend Verwendung im englisch-sprachigen Raum zur Charakterisierung von CO₂-Lasern M²>1 (TEM₀₀)

Strahlparameterprodukt findet vorwiegend Verwendung zur Charakterisierung von FKL-Lasern. SSP≈0,1-1000.

Im englischsprachigen Raum wird häufig der Durchmesser statt des Radius und der volle Divergenzwinkel statt des halben verwendet. Bei dieser Betrachtung ist das SPP um den Faktor 4 höher.

Welche Arten/Ausführungen von Lasern gibt es?

Klassifizierung der Laserquellen nach Gain-Medium

Gas-Laser:

Category	Chemical Formula	Typical Operation Mode	Typical Pulse Duration	Common Wavelength	Output Power or Pulse Energy
Excimer / exciplex laser	ArF	p	10 – 20 ns	193 nm	10 ⁻² J
	KrF	p	10 – 20 ns	248 nm	10 ⁻² J
	XeCl	p	20 – 300 ns	308 nm	10 ⁻¹ J
Helium-neon laser	Ne	cw	-	633 nm	10 ⁻³ W
Gas-ion laser	Ar ⁺	cw	-	488 nm	10 ⁰ W
	Ar ⁺	cw	-	514 nm	10 ⁰ W
	Kr ⁺	cw	-	647 nm	10 ⁻¹ W

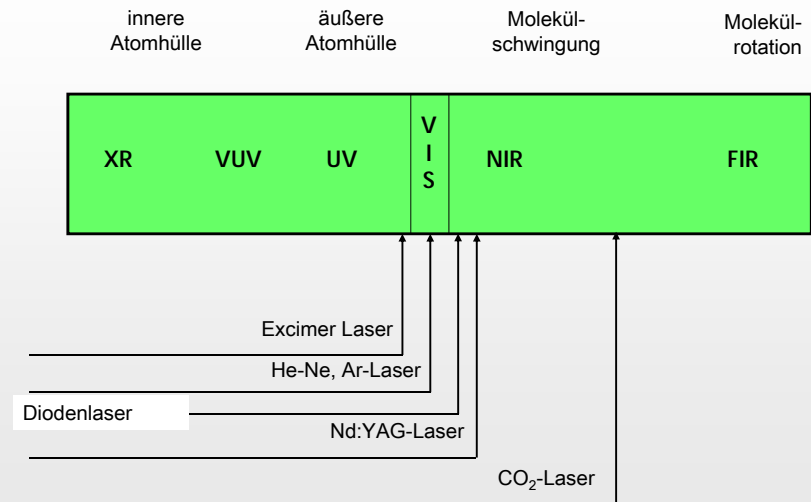
Halbleiter-Laser:

Category	Gain Medium	Operation Mode	Wavelength	cw Output Power (W)
Gallium-arsenide laser	GaAlAs	cw/p	650 – 880 nm	10 ¹
	InGaAsP	cw/p	630 – 2000 nm	10 ¹
	InGaAs	cw/p	904 – 1065 nm	10 ¹
	InGaAs	cw/p	1.27 – 1.33 μm	10 ¹
	InGaAs	cw/p	1.43 – 1.57 μm	10 ¹
Gallium-nitride laser	InGaN	cw/p	370 – 493 nm	10 ⁻¹
Gallium-phosphite laser	InGaAlP	cw/p	630 – 685 nm	10 ⁻¹

Klassifizierung der Laserquellen nach Gain-Medium

Festkörperlaser:	Category	Gain Medium	Operation Mode	Typical Pulse Duration	Wavelength	Typical cw Output Power (W)
	Glass laser	Nd:SiO ₂	ml	0.1 – 100 ns	1.06 μm	–
	Ruby laser	Cr:Al ₂ O ₃	cw/qs	1 – 250 μs	694 nm	10 ⁰
	Titanium-sapphire laser	Ti:Al ₂ O ₃	cw/qs/ml	0.05 – 100 ps	670–1130 nm	10 ⁰
	Vanadate laser	Nd:YVO ₄	cw/qs/ml	0.1 – 10 ns	1.06 μm	10 ⁺¹
	YAG laser	Yb:Y ₃ Al ₅ O ₁₂	cw/qs/ml	0.5 – 1000 ns	1.05 μm	10 ⁺¹
		Nd:Y ₃ Al ₅ O ₁₂	cw/qs/ml	0.1 – 250 μs	1.06 μm	10 ⁺²
		Nd:Y ₃ Al ₅ O ₁₂	cw/qs/ml	0.1 – 250 μs	1.12 μm	10 ⁺⁰
		Nd:Y ₃ Al ₅ O ₁₂	cw/qs/ml	0.1 – 250 μs	1.32 μm	10 ⁺¹
		Ho:Y ₃ Al ₅ O ₁₂	cw/ml	0.1 – 250 μs	2.08 μm	10 ⁺¹
		Er:Y ₃ Al ₅ O ₁₂	cw/ml	0.1 – 250 μs	2.94 μm	10 ⁺¹

Klassifizierung der Laserquellen nach Wellenlänge



Klassifizierung der Laserquellen nach Form des Gain-Mediums

- Stab-Laser (rod laser)
- Faser-Laser (fiber laser)
- Scheibenlaser (disk laser)

Laser Type	Advantages	Challenges
Fiber laser	<ul style="list-style-type: none"> • Efficient cooling • Compact design • Few mechanical components • Large bandwidth • High pump efficiency • High beam quality 	<ul style="list-style-type: none"> • Output power limited by non-linear effects • Fiber might be destroyed at high power • Chromatic dispersion
Disk Laser	<ul style="list-style-type: none"> • Efficient cooling • Compact design • High pump efficiency • Beam quality and pump efficiency independent from output power 	<ul style="list-style-type: none"> • Substantial losses due to spontaneous emission in transverse direction

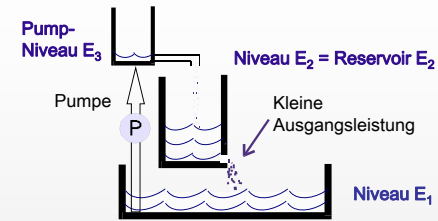
Details in V3

Laserarten

Parameter	Types	Remarks
Operation mode	Continuous	
	Q-switched (pulsed)	
	Mode-locked (pulsed)	
Spectral width	Single-mode	
Emitted wavelength(s)	Multi-mode	
	Ultraviolet (UV)	
	Visible (VIS)	
	Infrared (IR)	
Beam shape	High NA	
	Low NA	
	Ring structures	
	Elliptical	
	Astigmatic	

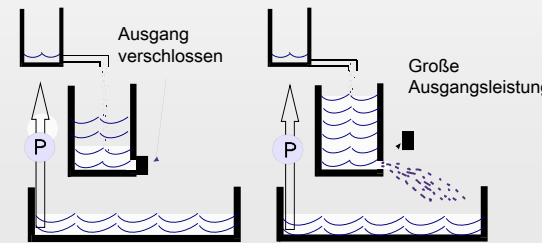
Erzeugung von kurzen Laserpulsen (Güteschaltung; Q-Switch)

Güteschaltung



Anregungsenergie wird gespeichert

Güteschaltung:
Umschalten von wenig zu vollständiger Entleerung des Reservoirs



Umschalten von niedriger zu hoher Güte des Resonators

Güteschaltung

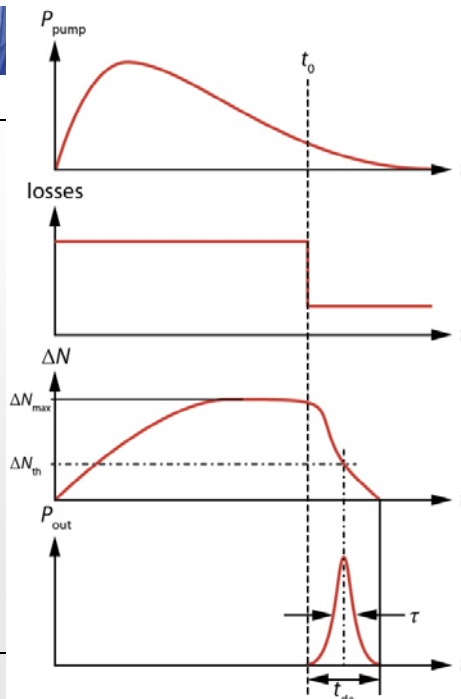
Zeitlicher Verlauf der Laserparameter bei Güteschaltung

- P_{pump} : Pumpleistung
- ΔN : Inversion
- P_{out} : Ausgangsleistung
- τ : Pulsbreite

Ausgangsleistung:

$$P_{\text{max}} \approx \frac{\hbar\omega T V \Delta N_{\text{max}}}{2 t_{\text{rt}}}$$

- ΔN_{max} : erhöhte Inversion
- T : Transmission des Auskoppelspiegels
- V : Resonatorvolumen
- t_{rt} : Umlaufzeit (Round-Trip)



Güteschaltung

Spitzenleistung und die Impulslänge des Q-switch Pulses sind abhängig von ...

- der maximalen Besetzungsinversion
- der Verstärkung
- der Güte des Resonators
- (der Schaltzeit des Güteschalters)

Güteschaltung ist nur sinnvoll für Lasermedien mit einer langen Lebensdauer im oberen Laserniveau.

Grenzen der Güteschaltung

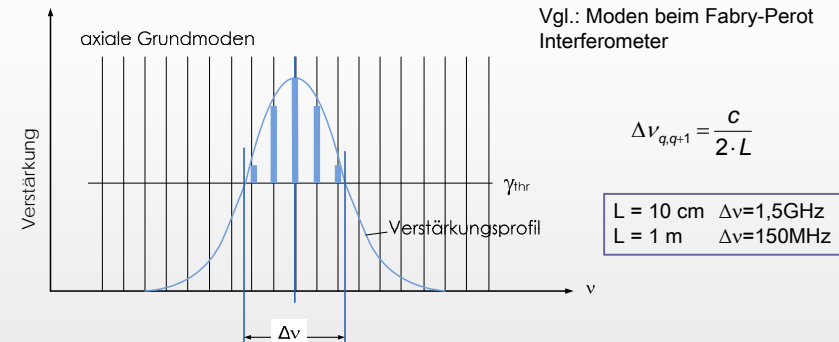
- Pulsdauer: aktiv: Nanosekunden
- passiv: Picosekunden

Entleerungszeit \geq Resonatorumlaufzeit

Energiespeicherung im Lasermedium

Erzeugung von kurzen Laserpulsen (Modenkopplung; Mode Locking)

Modenkopplung: Longitudinale Moden eines Resonators



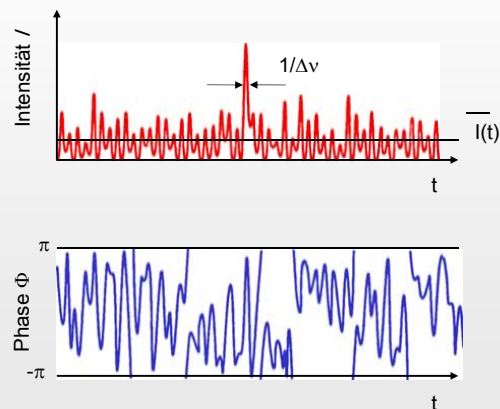
Longitudinale Moden innerhalb des Verstärkungsprofils des Lasermediums

große Bandbreite / Verstärkungsprofil

➡ zahlreiche longitudinale (axiale) Lasermoden

Modenkopplung: Keine Kopplung

Es existiert keine feste Phase zwischen den Moden:



Intensität schwankt um Mittelwert:

$$I_{ges} \propto \left(\sum_i E_i \right)^2$$

Maximale Ausgangsleistung:

$$P_{max} \propto 2m + 1$$

Die einzelnen m Moden haben keine feste Phasenbeziehung (Fluktuation zwischen $-\pi$ und $+\pi$)

Modenkopplung: Feste Phasenbeziehung der Moden

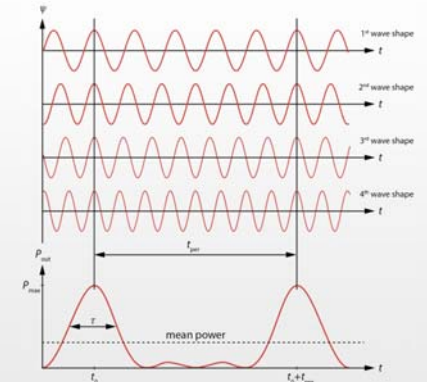
Für feste Phasenbeziehung gilt für $E(t)$ für $2n+1$ Moden:

$$E(t) = \sum_{q=-n}^n E_0 \cdot e^{2\pi i [v_0 + q \Delta \nu_{q,q+1}] t + \phi}$$

v_0 : zentraler Mode

$$\phi_{q+1} - \phi_q = \phi$$

feste Phasenbeziehung



$$\Rightarrow E(t) = A(t) \cdot e^{2\pi i v_0 t} \quad \text{mit} \quad A(t) = E_0 \frac{\sin[(2n+1)(2\pi \cdot \Delta \nu_{q,q+1} \cdot t + \phi)] / 2}{\sin[(2\pi \cdot \Delta \nu_{q,q+1} \cdot t + \phi) / 2]}$$

Modenkopplung

Maximale Ausgangsleistung:

$$P_{\max} \propto (2m + 1)^2$$

Dauer eines (Gauß-)Pulses (Pulsbreite):

$$\tau_{\min} = \frac{0.44 \cdot 2L_R}{m c} = \frac{0.44 \Delta \lambda}{c}$$

Spektrale Breite eines Pulses:

$$\tau \Delta \omega > 2\pi \quad \text{wobei } c = \nu \lambda \quad \text{und } \omega = 2\pi \nu$$

Wie lässt sich Laserstrahlung führen?

Strahlführungssysteme: Glasfaser

Strahlführung durch interne Totalreflexion (nur cw Laser aufgrund der Dispersion in Faser)

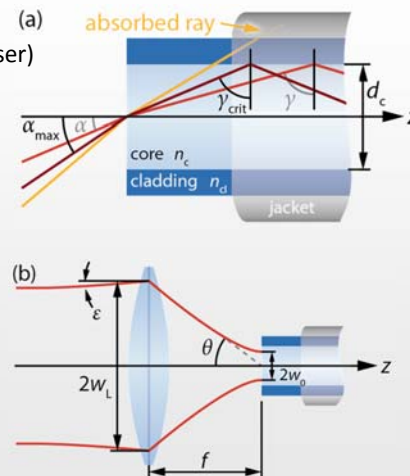
$$\gamma_{\text{crit}} = \arcsin\left(\frac{n_{\text{cl}}}{n_{\text{c}}}\right)$$

$$\alpha_{\text{max}} = \frac{1}{n_0} \arcsin\sqrt{n_{\text{c}}^2 - n_{\text{cl}}^2}$$

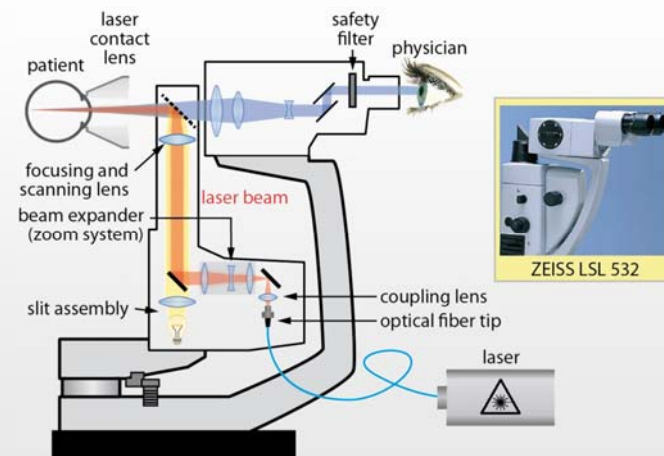
$$\text{NA} = n_0 \sin \alpha_{\text{max}} = \sqrt{n_{\text{c}}^2 - n_{\text{cl}}^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{w_L}{f}\right) < \alpha_{\text{max}}$$

$$2w_0 \approx 2f\theta \leq 0.7 d_c$$

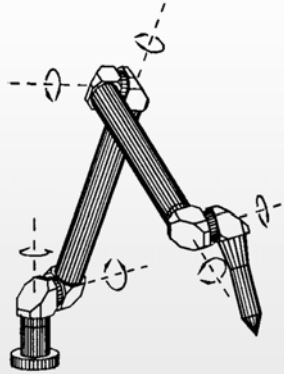


Strahlführungssysteme: Beispiel Glasfaser + Freistrahlung

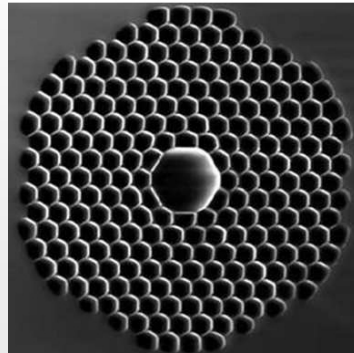


Strahlungsführungssysteme für gepulste Strahlung

Spiegelgelenkarm (Freistrahlung)



Photonische Kristallfaser (wenig Dispersion bei Luft-Mode)



Übungsaufgaben

Aufgabe B.1

B.1 Einstein relations: Starting from (B.5), Einstein found that the probabilities for absorption and stimulated emission are equal for a 2-level system. So, he supposed that the number of atoms in the ground state and in the excited state (N_1 and N_2 , respectively) are given by the Boltzmann distribution

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{\hbar\omega_{21}}{k_B T}\right),$$

where k_B is the Boltzmann constant. In addition, he used Planck's formula for the energy density

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1\right)^{-1}.$$

Follow Einstein's approach and show that (B.6) can be derived from (B.5).

$$\underbrace{B_{12}N_1\rho(\omega)}_{\text{absorption}} = \underbrace{A_{21}N_2 + B_{21}N_2\rho(\omega)}_{\text{emission}}. \quad (\text{B.5})$$

$$B_{12} = B_{21} \quad (\text{B.6})$$

Aufgabe B.2

B.2 Stability condition: A paraxial light beam bouncing forth and back in a resonator can be considered as if the beam would pass through a periodic sequence of lenses. Each component is described by an ABCD matrix (section A.1.3).

a) To derive the general stability condition (B.33) for resonators, we calculate

$$\begin{pmatrix} h_2 \\ \gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_0 \\ \gamma_0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.42})$$

Solve the resulting quadratic equation by using the ansatz

$$h_m = h_0 K^m \quad (\text{B.43})$$

with $K = \text{const}$ and $m = 0, 1, 2, \dots$. In the case of lens systems, $\det \underline{M} = AD - BC = 1$. A periodical and stable solution for (B.43) is obtained if the linear combination $K = K_+ - K_-$ is a real number.

b) Let us now consider the special case of a Gaussian resonator. The corresponding ABCD matrix can be calculated from the matrices of a thin lens and free space according to

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/r_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2/r_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_R \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.44})$$

Derive the condition (B.36) from (B.33) with the dimension parameters given in (B.34) and (B.35).

Aufgabe B.2

$$\frac{|A + D|}{2} \leq 1 \quad (\text{B.33})$$

$$g_1 = 1 + \frac{LR}{r_1} \quad (\text{B.34})$$

$$g_2 = 1 + \frac{LR}{r_2} \quad (\text{B.35})$$

$$0 \leq g_1 g_2 \leq 1 \quad (\text{B.36})$$

Aufgabe B.3

B.3 Gaussian laser beams: We consider a helium–neon laser beam in a TEM₀₀ mode which has a waist radius of $w_0 = 1.3$ mm. The beam shall be expanded and subsequently focused by an optical system.

- Calculate the ABCD matrix of an optical system which consists of a negative and a positive lens which have a distance of L . What is the condition for an afocal Galilei telescope? How does the matrix change in this case?
- The laser beam shall be expanded to a diameter of $2w_0 = 8$ mm by using a Galilei telescope which consists of thin lenses with a face-to-face length of $L = 50$ mm. Calculate the focal lengths of the lenses in the Galilei system.
- Next, the collimated expanded beam shall be focused so that we obtain a depth of field of $\Delta z = 1$ mm. Here, the depth of field is defined as the range at which the beam intensity does not fall below 80% of the maximum intensity at the waist. What is the minimum focal length to achieve this? How large is the diameter of the focus?
- We assume that the focusing lens, with a minimum focal length as calculate in c), is placed along the laser path such that the waist (diameter of 8 mm) lies 300 mm in front of the lens. Calculate the waist position behind the lens relative to the image-side focal point F' of the lens. Does the waist lie in front of or behind the focal point F' ?
- Consider the change of the Gaussian beam parameters when the beam passes through an afocal Kepler- and Galilei-type telescope system. Such an optical system can be used to expand or compress the beam diameter. Calculate

Aufgabe B.3

the minimum beam diameter and the divergence angle. How are these parameters related to each other? Consider also the product of minimum beam diameter and divergence angle.

Aufgabe B.4

B.4 Laser power: Calculate the cw power of an Nd:YAG laser as a function of the degree of reflection of the output mirror for various pumping power values of 1 kW, 2 kW, and 4 kW. Determine the optimal decoupling degree $T = 1 - R$. Use MathCAD or a similar program to calculate the profile of the output power for various output mirrors first and then attempt to find an analytical solution for the optimal degree of out-coupling (i.e., maximum output power). Use the following values:

- Saturation intensity: $I_s = 2.2$ kW/cm².
- Laser rod dimensions: 0.5 cm (diameter), 10 cm (length).
- Transmittance in resonator: $T_1 = 0.95$.
- Pump efficiency $\eta_{\text{pump}} = 5.5\%$.

Aufgabe B.5

B.5 Nd:YAG laser: For photocoagulation, a frequency-doubled cw Nd:YAG laser is used. The Nd:YAG resonator consists of a concave mirror with a radius of curvature of 250 mm and a flat decoupling mirror. What is the maximum distance L_{\max} between the mirrors to obtain a stable configuration? Is it possible to design a stable resonator made of two convex mirrors with the same radius of curvature and same distance L_{\max} ?